

Ejercicios de Análisis Matemático

Desigualdades y funciones elementales

1. Calcula para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se verifica la siguiente desigualdad.

$$\frac{x^2 - 4x - 2}{x^3 + 1} > 0.$$

2. Calcula el dominio natural de definición de la función $f(x) = \sqrt{\log(|x - 6|(1 + |x - 3|))}$.
3. Prueba que la función $f : [1/2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 - x + 1$ para todo $x \geq 1/2$, es estrictamente creciente. Calcula la función inversa de f .
4. Dado un número entero $n \in \mathbb{Z}$, justifica que la función $f : [n\pi - \pi/2, n\pi + \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \sin x$, es inyectiva y expresa la inversa de f por medio de la función arcoseno. Representa gráficamente la función $h(x) = \arcsin(\sin x)$ para $x \in [-3\pi + \pi/2, 3\pi + \pi/2]$.
5. Justifica, usando las propiedades de la función exponencial, que la función $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada para todo $x \in \mathbb{R}$ por $h(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, es estrictamente creciente. Calcula la función inversa de h .